

Números “al azar”

Semana de la Matemática 2019
23/04/19



Carlos D'Andrea



UNIVERSITAT DE
BARCELONA



UBA - exactas
Departamento de Matemática

100 ceros y unos al azar...

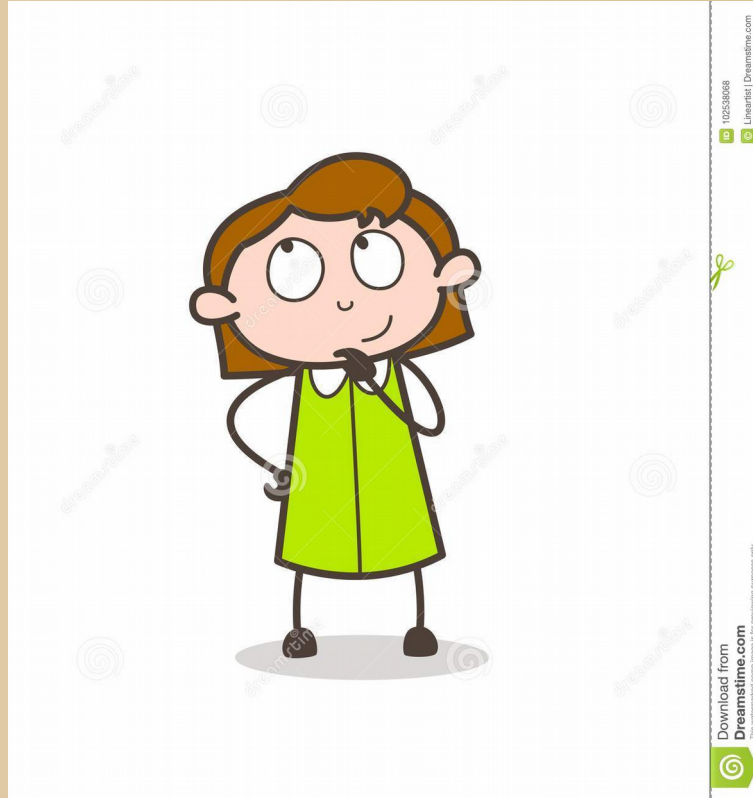


1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1



¿Y si les digo que....



Una de las tablas es “falsa”!



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

¿Cuál es la tabla falsa?



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

Votemos



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

Analicemos...



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1



Analicemos...

1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

Analicemos...

1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

49 ceros - 51 unos

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

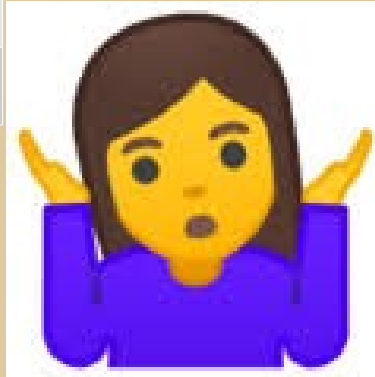
50 ceros - 50 unos

Y ahora... qué?



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1



“Rachas”



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1



“Rachas”



1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0

1 3 2 2 1 1 1 1 1 1 2 1 2 3 1 1 3 2 2 2
1 2 3 1 1 2 1 3 2 2 4 1 1 2 1 2 2 1 1 3
3 2 1 2 2 1 1 1 1 2 1 3 2 1 2 1 3 2

1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

1 3 1 1 2 3 3 3 2 6 1 1 4 1 2 3 1 4
5 2 2 3 1 6 2 1 4 1 5 2 2 1 3 1 2 3
1 2 1 1 1 2 4



¿Cuál es más probable?

1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

1 3 2 2 1 1 1 1 1 2 1 2 3
 1 1 3 2 2 2 1 2 3 1 1 2 1 3
 2 2 4 1 1 2 1 2 2 1 1 3 3 2
 1 2 2 1 1 1 1 2 1 3 2 1 2 1
 3 2

1 3 1 1 2 3 3 3 2 6 1 1
 4 1 2 3 1 4 5 2 2 3 1 6
 2 1 4 1 5 2 2 1 3 1 2 3
 1 2 1 1 1 2 4

¿6 ceros seguidos...?



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

1 3 1 1 2 3 3 3 2 6 1 1
4 1 2 3 1 4 5 2 2 3 1 6
2 1 4 1 5 2 2 1 3 1 2 3
1 2 1 1 1 2 4

¿Probabilidad de 6 o más
ceros seguidos?

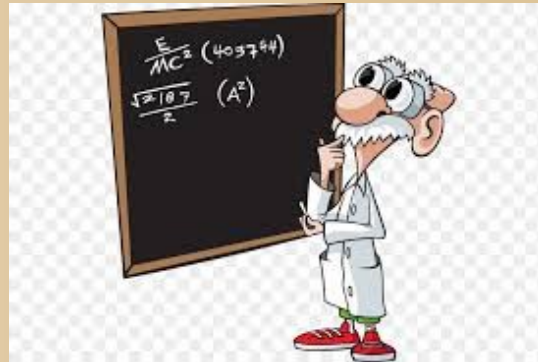


¿Probabilidad de 6 o más
ceros seguidos?

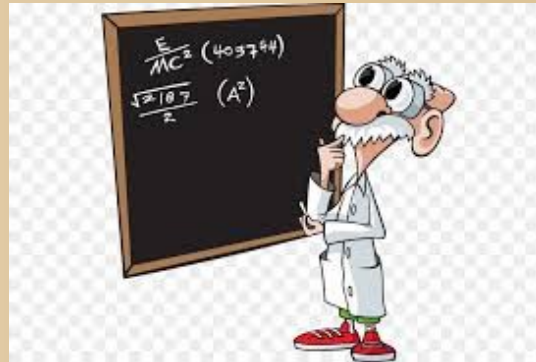


¿Algún/a
matemático/a en
la sala?

Y la probabilidad es....



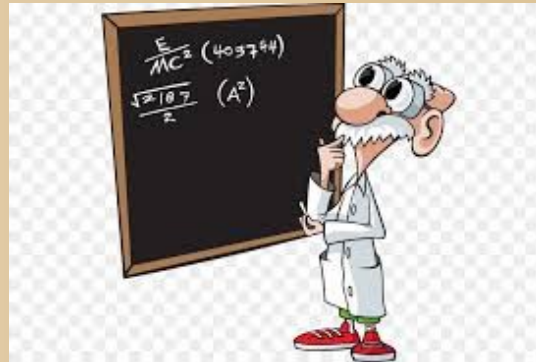
Y la probabilidad es....



62 379 619 898 979 865 971 411 505

77 371 252 455 336 267 181 195 264

Y la probabilidad es....



62	379	619	898	979	865	971	411	505
<hr/>								
77	371	252	455	336	267	181	195	264

80,62%



Probabilidad de 5 (o más) unos seguidos...



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1



Probabilidad de 5 (o más) unos seguidos...



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

18 837 814 806 295 074 673 743 345

19 342 813 113 834 066 795 298 816



Probabilidad de 5 (o más) unos seguidos...



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

18 837 814 806 295 074 673 743 345

19 342 813 113 834 066 795 298 816

97,39%



¿Cuál es la más probable?

1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	0



1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1

1 3 2 2 1 1 1 1 1 2 1 2 3
 1 1 3 2 2 2 1 2 3 1 1 2 1 3
 2 2 4 1 1 2 1 2 2 1 1 3 3 2
 1 2 2 1 1 1 1 2 1 3 2 1 2 1
 3 2

1 3 1 1 2 3 3 3 2 6 1 1
 4 1 2 3 1 4 5 2 2 3 1 6
 2 1 4 1 5 2 2 1 3 1 2 3
 1 2 1 1 1 2 4

¿Cómo se calculan esas probabilidades?



¿Cómo se calculan esas probabilidades?



$$P(N) = \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2}P(N-1) + \frac{1}{2^2}P(N-2) + \frac{1}{2^3}P(N-3) + \frac{1}{2^4}P(N-4) + \frac{1}{2^5}P(N-5)$$

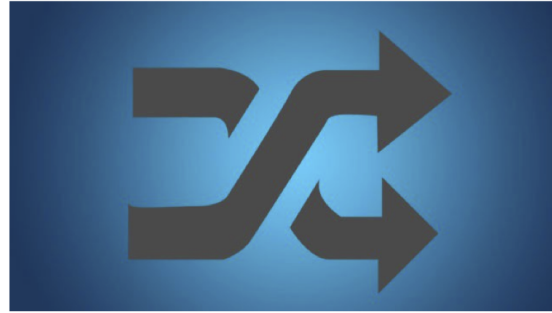
Psicología humana...



Sobreestimamos
la repetición en el
azar



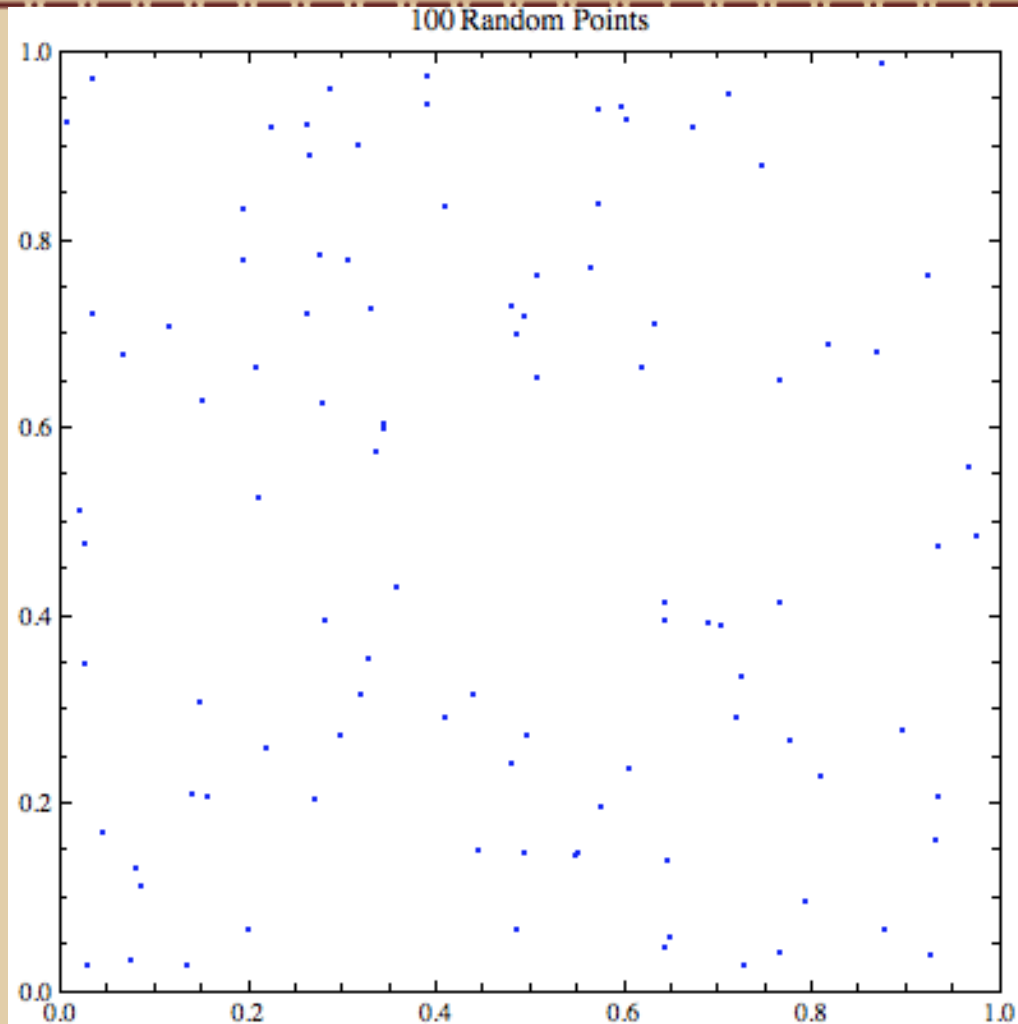
¿“Azar humano”?



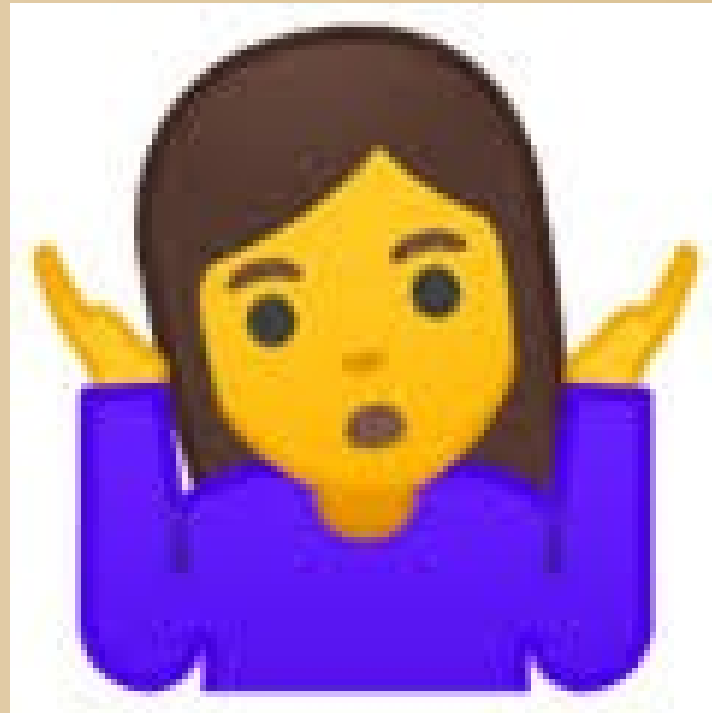
Mar 1

Apple Made Their
Shuffle Feature
Less Random, to
Make It More
Random

Algo verdaderamente “Random”



¿Sirve para algo todo esto?



Fraude I

Portafolio



SECCIONES

ECONOMÍA

FINANZAS

GOBIERNO

INFRAESTRUCTURA

EMPLEO

IMPUESTOS

DetECCIÓN DE FRAUDE ELECTORAL

La aproximación al problema de detección de fraude electoral ha sido utilizada para Bangladesh, Ecuador, Venezuela, Puerto Rico, entre otros.

f FACEBOOK

✉ ENVIAR

🐦 TWITTER

in LINKED IN

POR: JUNIO 09 DE 2010 - 05:00 A.M.

La aproximación al problema de detección de fraude electoral ha sido utilizada para analizar elecciones en Estados Unidos, México, Rusia, Bangladesh, Venezuela, Puerto Rico, Nicaragua, Armenia, Canadá, Suecia, y Nigeria.

En 1881, el astrónomo Simon Newcomb notó que las páginas de los libros de logaritmos -para aquellos que aún recuerdan este tipo de libros hoy por las calculadoras científicas modernas- tenían un mayor desgaste a

Fraude II

DIRECTO **RTVE cambia el debate al martes, el mismo día que anunció Atresmedia**

CONCURSO POLÉMICO

La fiscalía detecta anomalías en las pruebas a policía de Badalona

A pesar de las sospechas, archiva la denuncia al no poder acreditar el delito

Los candidatos que sacaron mejor nota tienen familiares en la Guardia Urbana

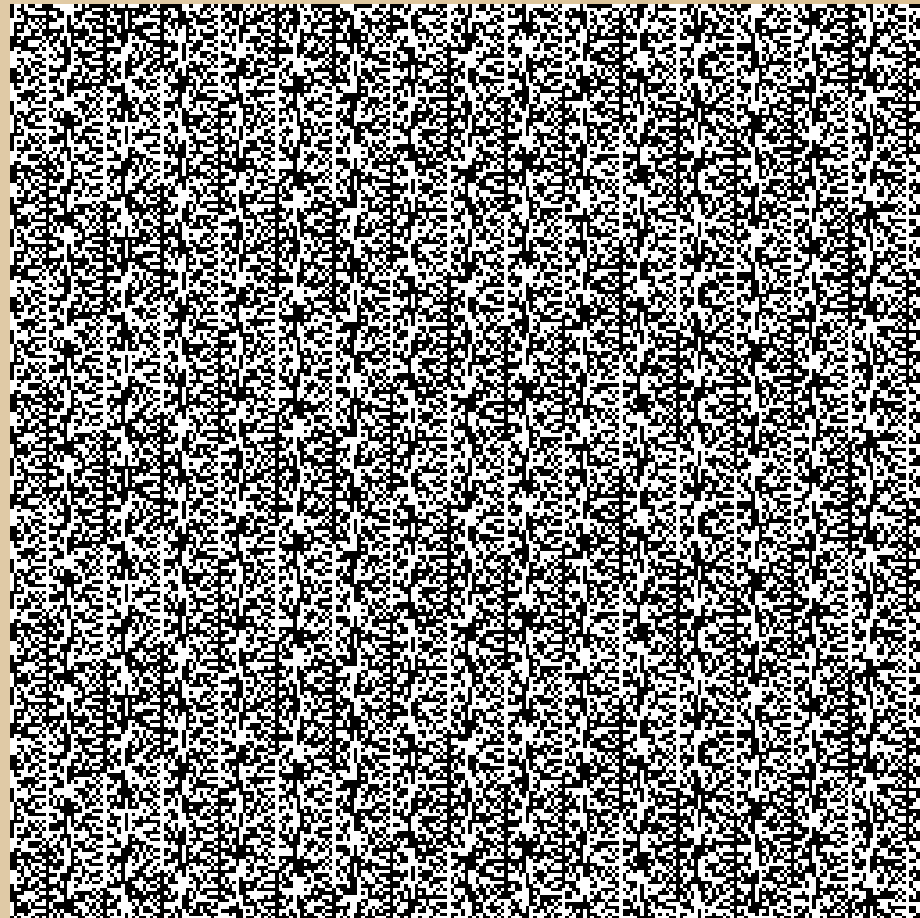
J. G. ALBALAT
BARCELONA

Martes, 19/05/2015 | Actualizado a las 17:18 CEST

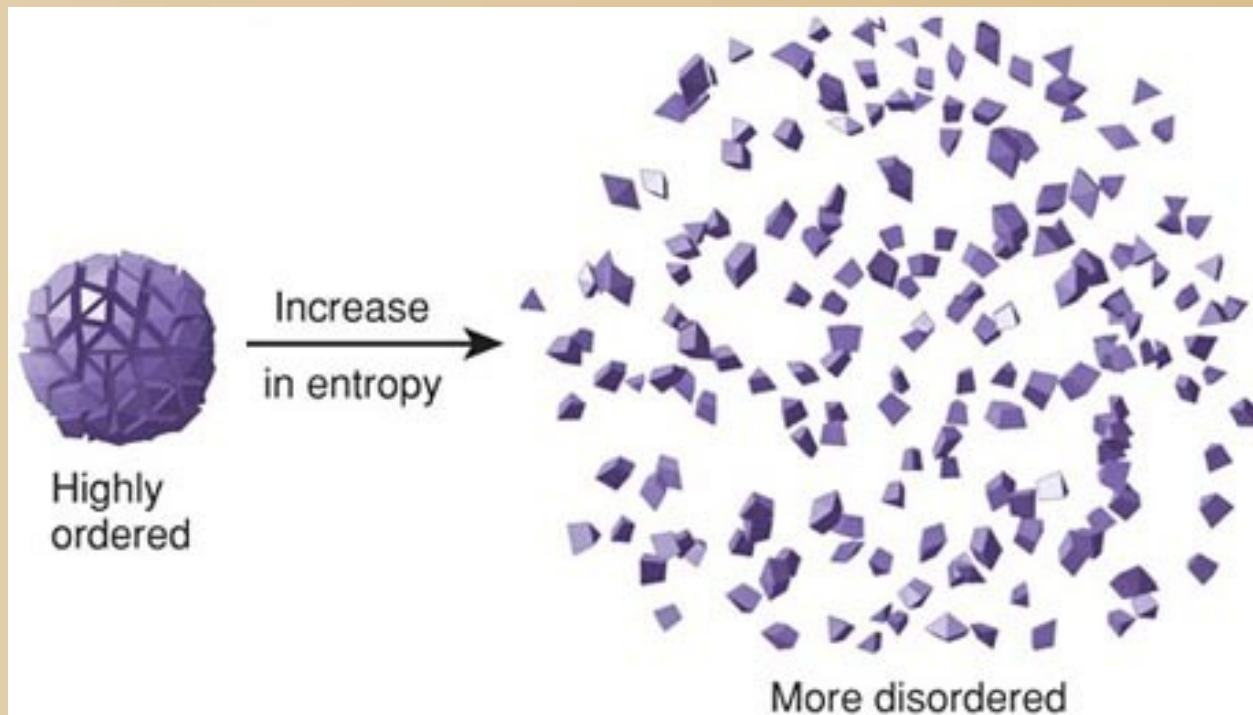


Existen sospechas, indicios, pero no se ha podido acreditar la comisión de un delito de tráfico de influencias o prevaricación (dictar una resolución injusta a sabiendas) en las oposiciones que se celebraron en el 2014 para acceder a 12 plazas de la Guardia Urbana de Badalona. La Fiscalía de Barcelona ha acordado ahora, tras meses de pesquisas, archivar la investigación abierta a raíz de la denuncia presentada por varios aspirantes que, tras enfrentarse a un cuestionario atípico por las preguntas que contenía, descubrieron que seis candidatos habían obtenido unas calificaciones excesivamente altas.

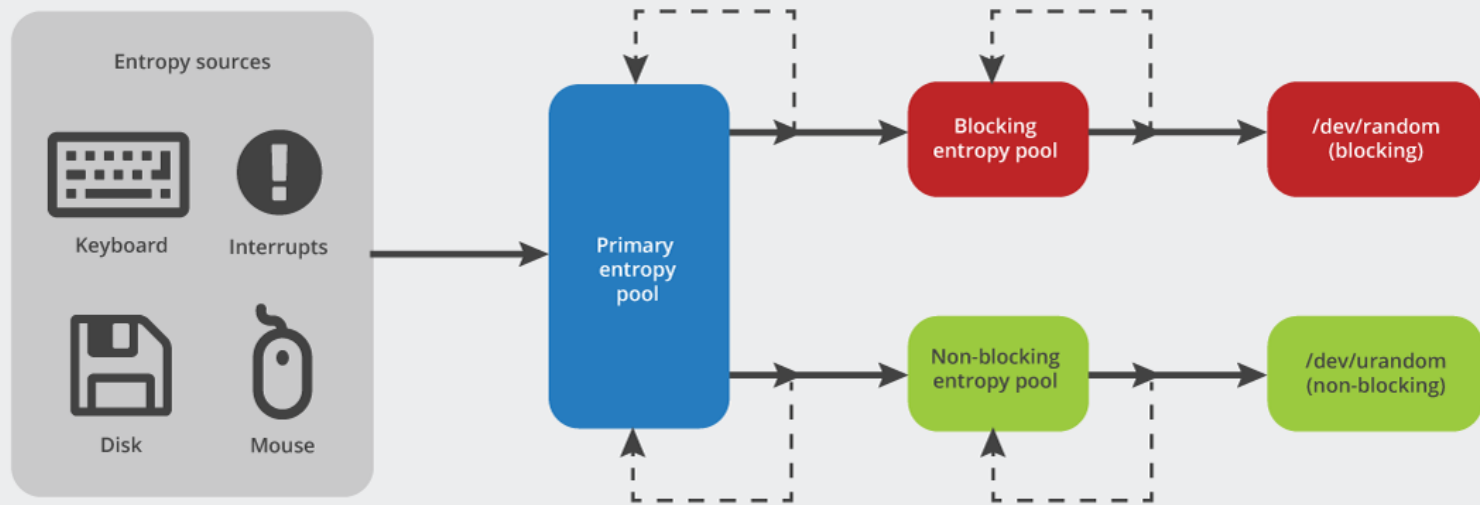
¿Cómo “se produce” azar?



La física nos ayuda



¡Con el teclado y el mouse!



Otras fuentes de entropía...



Otras fuentes de entropía...



✓ ventilador del ordenador

Otras fuentes de entropía...



- ✓ ventilador del ordenador
- ✓ ruido ambiente

Otras fuentes de entropía...



- ✓ ventilador del ordenador
- ✓ ruido ambiente
- ✓ radioactividad

Otras fuentes de entropía...



- ✓ ventilador del ordenador
- ✓ ruido ambiente
- ✓ radioactividad
- ✓ ruido “espacial”

Conclusiones



Conclusiones



✓ el azar nos lleva ventaja

Conclusiones



- ✓ el azar nos lleva ventaja
- ✓ no jueguen al casino

Conclusiones



- ✓ el azar nos lleva ventaja
- ✓ no jueguen al casino
- ✓ no sean corruptos

Conclusiones



- ✓ el azar nos lleva ventaja
- ✓ no jueguen al casino
- ✓ no sean corruptos
- ✓ estudien matemáticas

That's all Folks!

