

Algunos problemas se pueden resolver jugando

Semana de la matemática 2019

La definición de probabilidad se produjo debido al deseo del ser humano por conocer con certeza los eventos que sucederán en el futuro, por eso a través de la historia se han desarrollado diferentes enfoques para tener un concepto de la probabilidad y determinar sus valores.

Un ejemplo típico es tirar un dado. No sabemos que número va a salir, pero pensamos que todos son equiprobables. Es decir,

$$\mathbf{P(\text{dado}=1) = 1/6}$$

$$\mathbf{P(\text{dado}=2) = 1/6}$$

.....

$$\mathbf{P(\text{dado}=6) = 1/6}$$

Otro ejemplo, es sacar una carta de un mazo despues de mezclar (barajar) las cartas.

Pero esto, tiene truco !!, veamos un poco mas.....

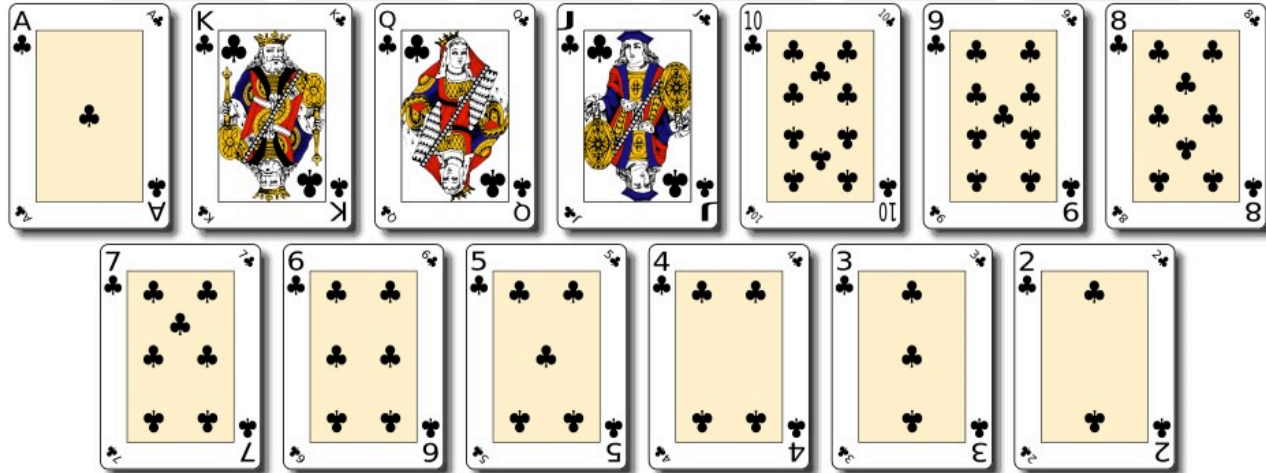
Cartas francesas

Palos: Tréboles, Picas, Diamantes y Corazones: 

Cartas francesas

Palos: Tréboles, Picas, Diamantes y Corazones: 

Cada palo tiene 13 cartas: As, 2, 3, 4, ..., 9, 10, J (jack), Q (queen), K (king).



En total: 52 cartas.

¿Qué es un mazo?

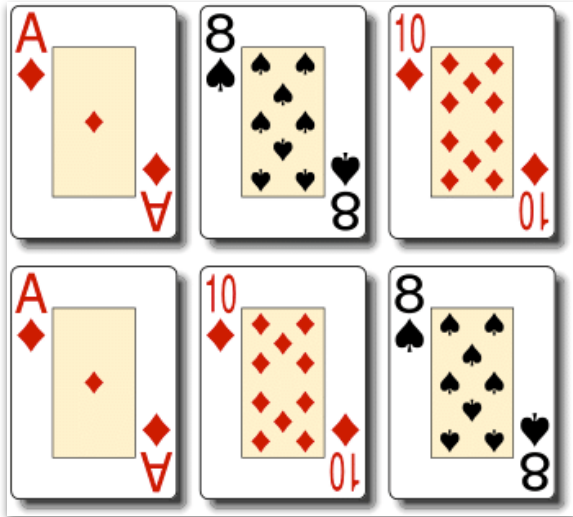
Un mazo es una forma de ordenar las cartas.

Ejemplo: ¿cuántas formas de ordenar 3 cartas hay?

¿Qué es un mazo?

Un mazo es una forma de ordenar las cartas.

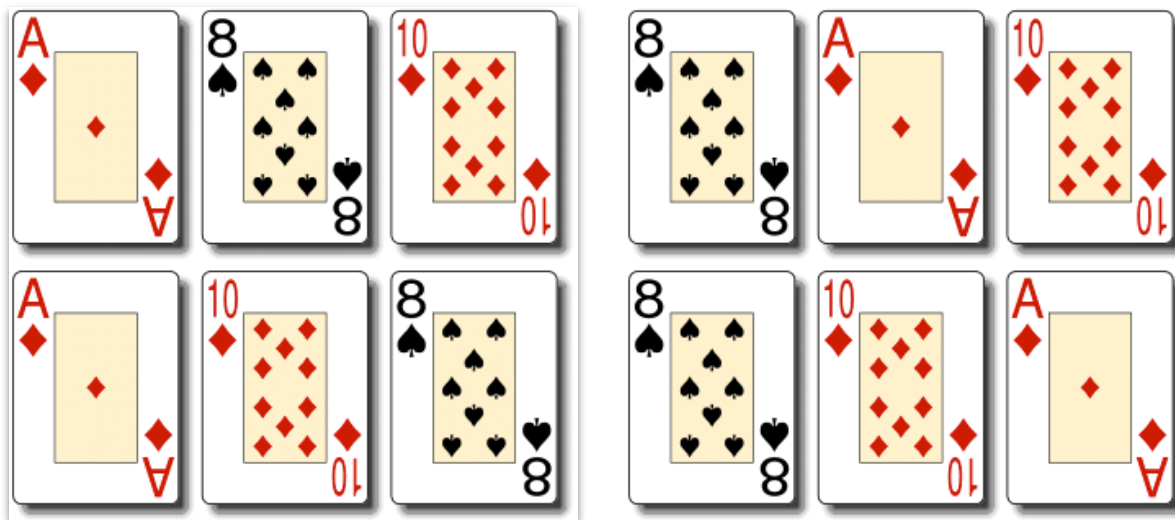
Ejemplo: ¿cuántas formas de ordenar 3 cartas hay?



¿Qué es un mazo?

Un mazo es una forma de ordenar las cartas.

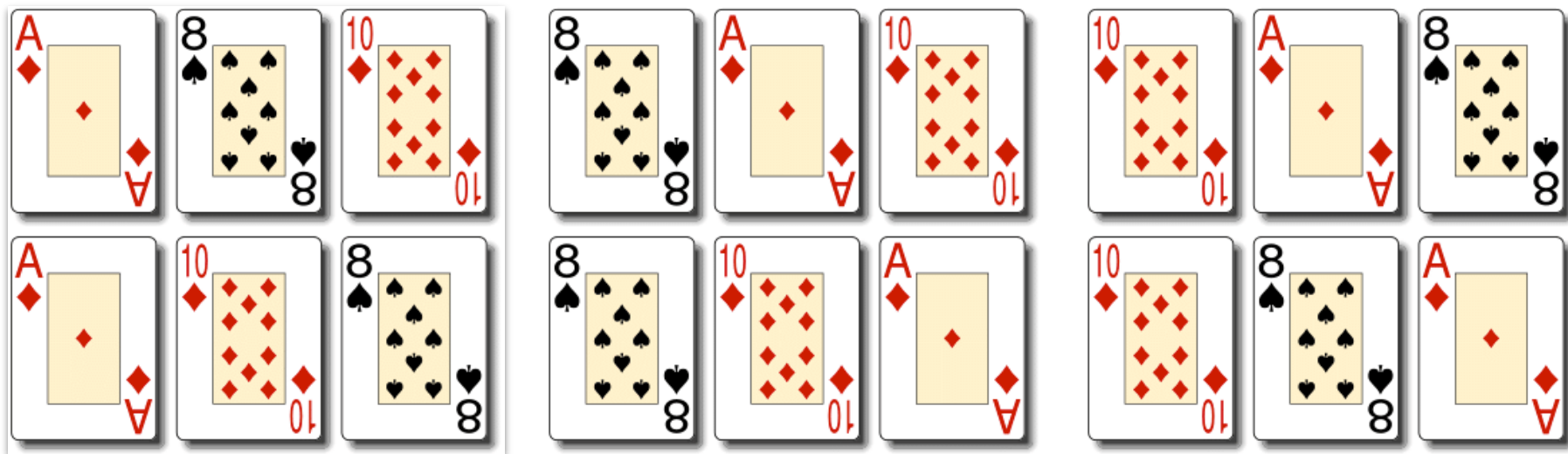
Ejemplo: ¿cuántas formas de ordenar 3 cartas hay?



¿Qué es un mazo?

Un mazo es una forma de ordenar las cartas.

Ejemplo: ¿cuántas formas de ordenar 3 cartas hay?



¿Cuántas formas de ordenar n cartas?

1 ^{ra} carta	→	n opciones
2 ^{da} carta	→	$n-1$ opciones
3 ^{ra} carta	→	$n-2$ opciones
⋮		⋮

¿Cuántas formas de ordenar n cartas?

1 ^{ra} carta	→	n opciones
2 ^{da} carta	→	$n-1$ opciones
3 ^{ra} carta	→	$n-2$ opciones
⋮		⋮
n^{ra} carta	→	1 sola opción

¿Cuántas formas de ordenar n cartas?

1^{ra} carta → n opciones
2^{da} carta → $n-1$ opciones
3^{ra} carta → $n-2$ opciones
⋮
 n^{ra} carta → 1 sola opción

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

diferentes formas de ordenar las cartas

$n!$ se llama n factorial

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$10! = 3.628.800$$

¿Cuántas formas de ordenar n cartas?

1^{ra} carta → n opciones
2^{da} carta → $n-1$ opciones
3^{ra} carta → $n-2$ opciones
⋮
 n^{ra} carta → 1 sola opción

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 2 \times 1$$

diferentes formas de ordenar las cartas

$n!$ se llama n factorial

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$10! = 3.628.800$$

$$52! \approx 8 \times 10^{67} = 8 \times \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{67 \text{ veces!!!}}$$

Un mazo aleatorio

Un mazo es aleatorio cuando:

- no se puede predecir NADA sobre el orden de las cartas
- cualquier orden debe ser igual de probable

Un mazo aleatorio

Un mazo es aleatorio cuando:

- no se puede predecir NADA sobre el orden de las cartas
- cualquier orden debe ser igual de probable

¿Cuál es la probabilidad de que la primer carta sea roja?

Un mazo aleatorio

Un mazo es aleatorio cuando:

- no se puede predecir NADA sobre el orden de las cartas
- cualquier orden debe ser igual de probable

¿Cuál es la probabilidad de que
la primer carta sea roja? $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

Un mazo aleatorio

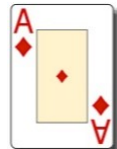
Un mazo es aleatorio cuando:

- no se puede predecir NADA sobre el orden de las cartas
- cualquier orden debe ser igual de probable

¿Cuál es la probabilidad de que
la primer carta sea roja? $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

¿Y que sea un As?

¿Y que sea un  ?

¿Y que sea exactamente  ?

Un mazo aleatorio

Un mazo es aleatorio cuando:

- no se puede predecir NADA sobre el orden de las cartas
- cualquier orden debe ser igual de probable

¿Cuál es la probabilidad de que la primer carta sea roja? $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

¿Y que sea un As? $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

¿Y que sea un ? $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

¿Y que sea exactamente ? $\frac{1}{52}$

¿Cómo mezclar?



¿Cómo mezclar?

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	8	4	5	6	7

¿Cómo mezclar?

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	8	4	5	6	7
7	1	2	3	8	4	5	6

¿Cómo mezclar?

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	8	4	5	6	7
7	1	2	3	8	4	5	6
7	6	1	2	3	8	4	5

¿Cómo mezclar?

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	8	4	5	6	7
7	1	2	3	8	4	5	6
7	6	1	2	3	8	4	5
5	7	6	1	2	3	8	4

¿Cómo mezclar?

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	8	4	5	6	7
7	1	2	3	8	4	5	6
7	6	1	2	3	8	4	5
5	7	6	1	2	3	8	4

La posición de la carta “1”
va subiendo



Resumen del método

- Se mira la carta que está abajo del mazo y se marca
- Se coloca la que esta arriba en una posición aleatoria
- Se repite el procedimiento

Resumen del método

- Se mira la carta que está abajo del mazo y se marca
- Se coloca la que esta arriba en una posición aleatoria
- Se repite el procedimiento
- ¿Hasta cuándo?
- Hasta que la carta que inicialmente estaba abajo esté arriba



Resumen del método

- Se mira la carta que está abajo del mazo y se marca
- Se coloca la que esta arriba en una posición aleatoria
- Se repite el procedimiento
- ¿Hasta cuándo?
- Hasta que la carta que inicialmente estaba abajo esté arriba



Ventajas y desventajas

- Es un poco aburrido
- Con 52 cartas, son unos 200 turnos!!!
- Exacto: al final el mazo está perfectamente mezclado



Una mezcla más divertida



Mezcla americana (riffle shuffle)

... y con una máquina



¿Cuántas veces repetir esta mezcla?

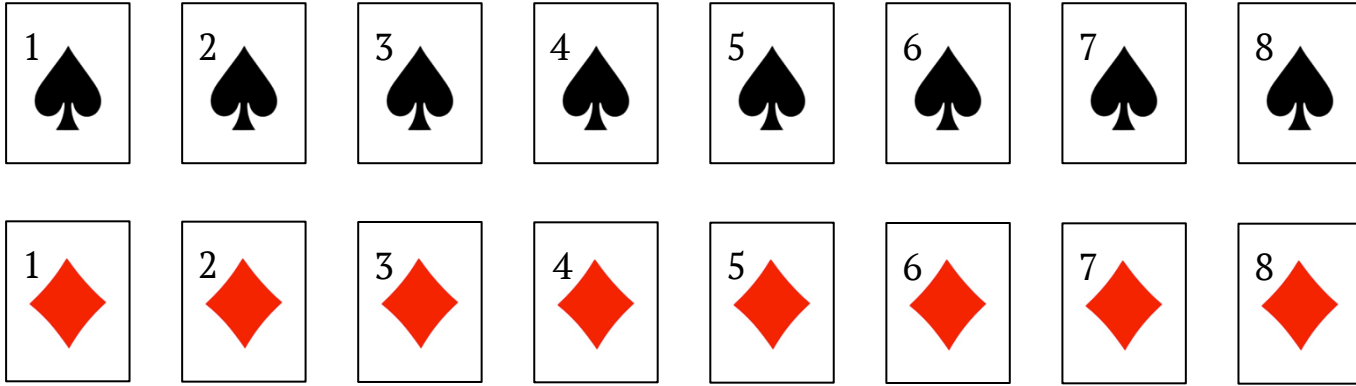
1	2	3	4	5	6
1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.61
7	8	9	10	11	12
0.33	0.16	0.08	0.04	0.02	0.01

1 = muy predecible
0 = impredecible

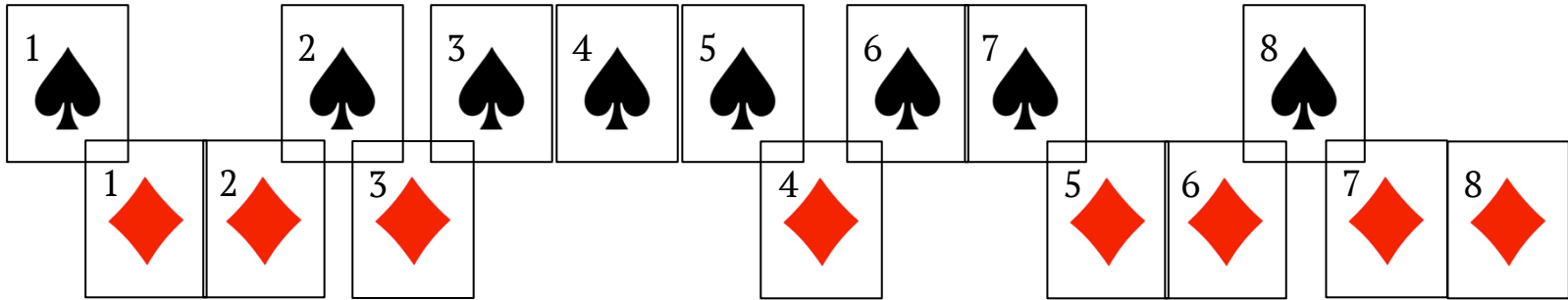
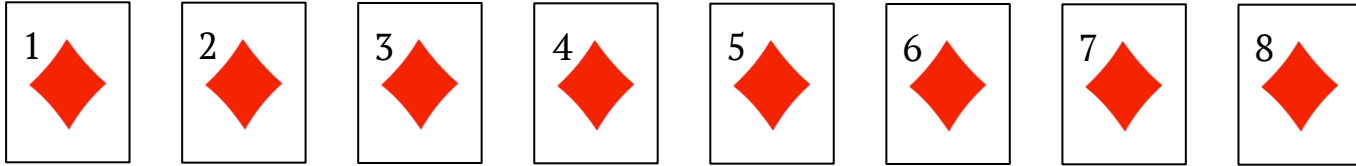
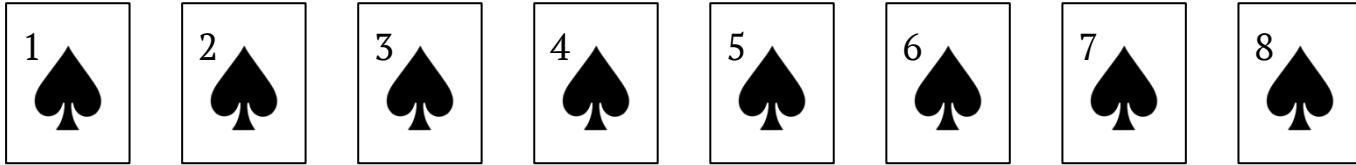
nº de repeticiones VS qué tan predecible

- Conclusiones:**
- mazo completo: mezclar al menos 8 veces
 - casino: al menos 12 veces

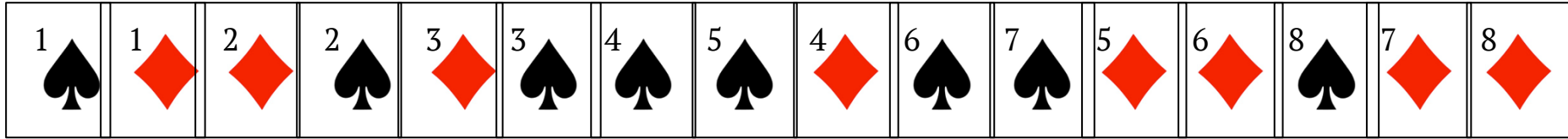
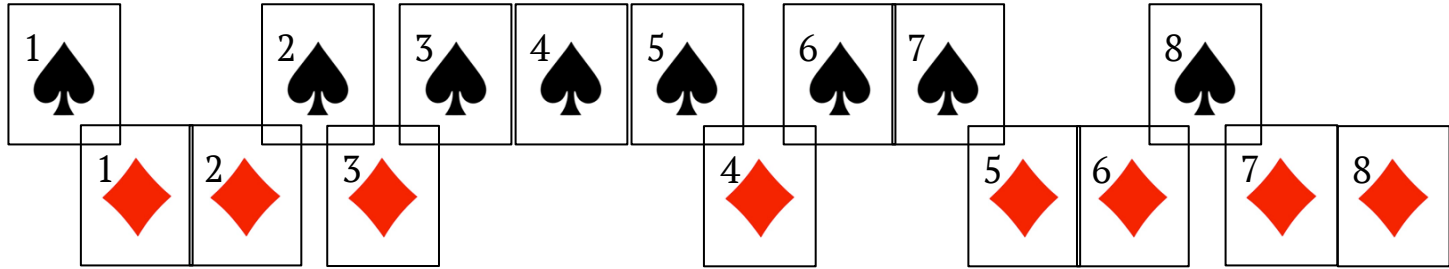
¿Por qué 5 veces no son suficientes?



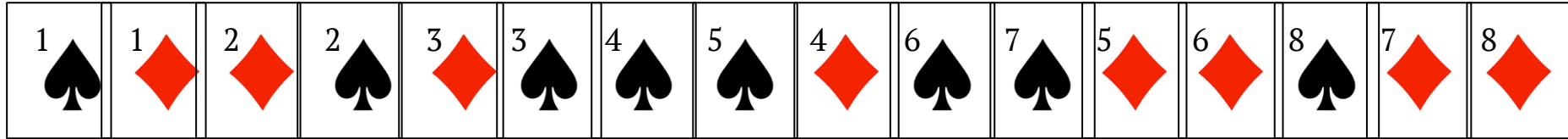
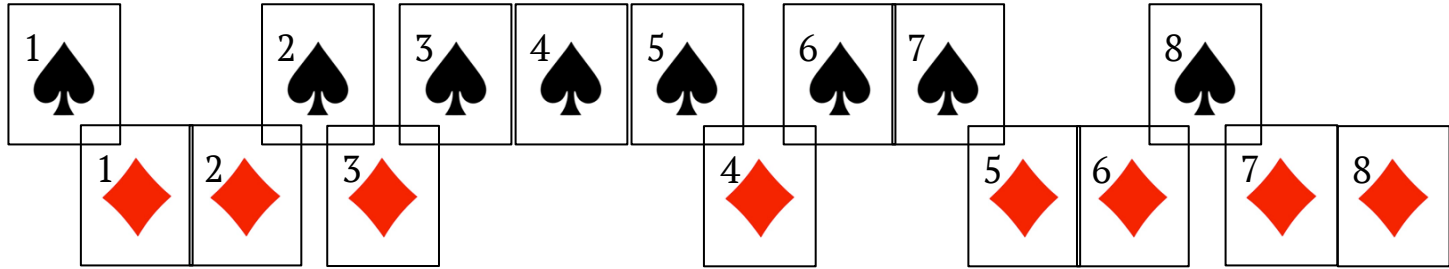
¿Por qué 5 veces no son suficientes?



¿Por qué 5 veces no son suficientes?



¿Por qué 5 veces no son suficientes?



Las cartas de Picas siguen ordenadas entre sí !! (y los Diamantes también !!)

Hay 2 secuencias ordenadas y crecientes !!

Si mezclamos de nuevo: ¿cuántas secuencias ordenadas aparecerán?

¿Por qué 5 veces no son suficientes?

Cada repetición **duplica** (aprox) la cantidad de secuencias crecientes



+



+

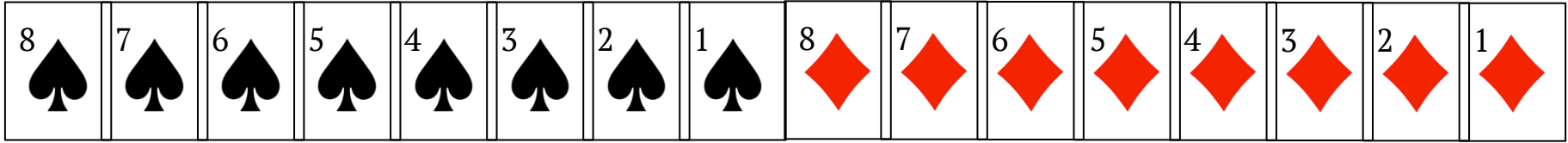


≤ 8

Mezclar 5 veces nos da $2^5 = 32$... interesante pero existe una forma de arreglar las cartas donde hay 52 secuencias, ¿cuál será?



¡El mazo al revés!



En este caso (16 cartas) hay 16 secuencias

Mazo 52 cartas \Rightarrow 52 secuencias

Este orden no puede armarse a partir de 5 mezclas

El mazo que nos quedó NO puede ser aleatorio !!

¿Magia?

Acto 1



¿Magia?

Acto 1



¿Voluntario?

¿Magia?

Acto 1



¿Voluntario?



¿Magia?

Acto 1



¿Voluntario?



Acto 2



Mezcle
una vez



¿Magia?

Acto 3

Elija una carta,
mírela, y
cámbiela de
lugar



¿Magia?

Acto 3



Elija una carta,
mírela, y
cámbiela de
lugar



Acto 4



$$\sqrt{\diamondsuit} \times \frac{\clubsuit}{e^{\heartsuit} + 1} \times \spadesuit^{-1}$$

¿Magia?

Acto 3



Elija una carta,
mírela, y
cámbiela de
lugar

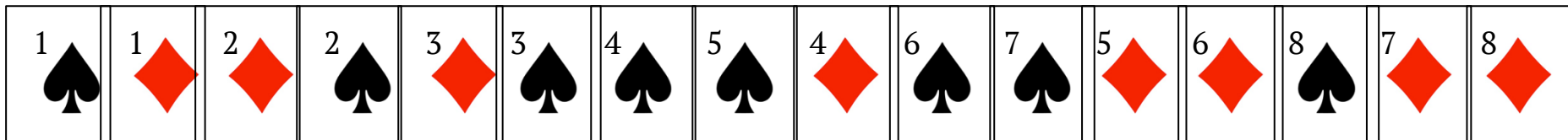
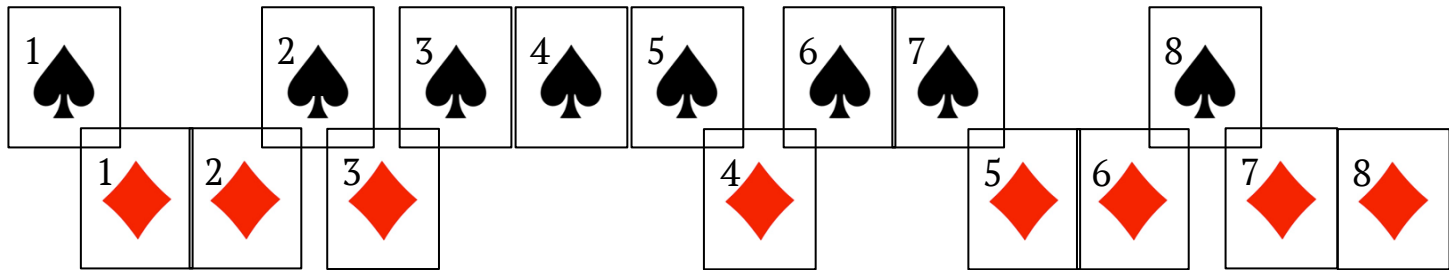


Acto 4

$$\sqrt{\diamondsuit} \times \frac{\clubsuit}{e^{\heartsuit} + 1} \times \spadesuit^{-1}$$

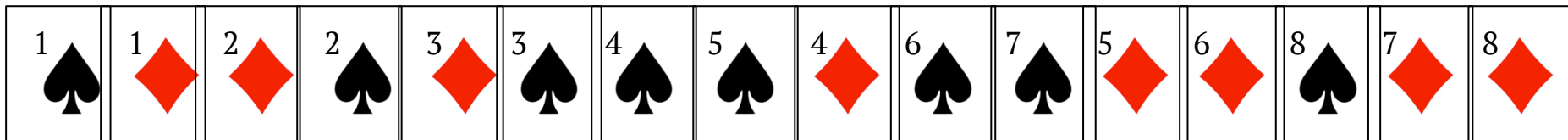
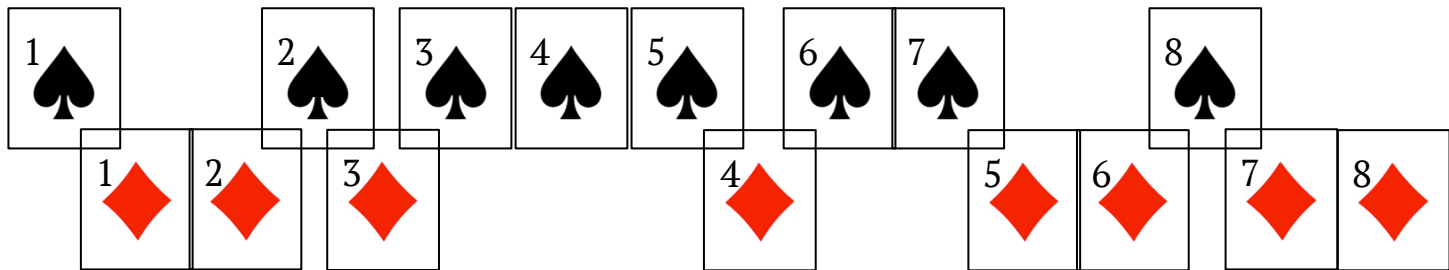


No fue magia...



Recordar: aparecen 2 secuencias crecientes (Picas/Diamantes),

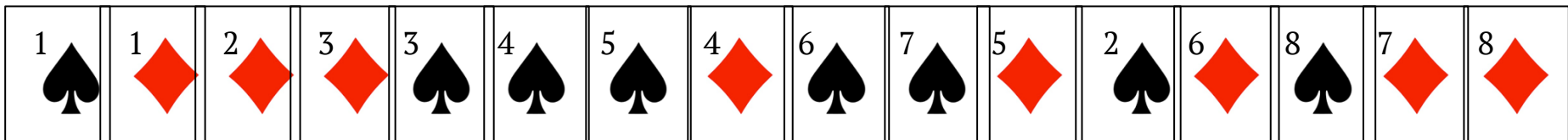
No fue magia...



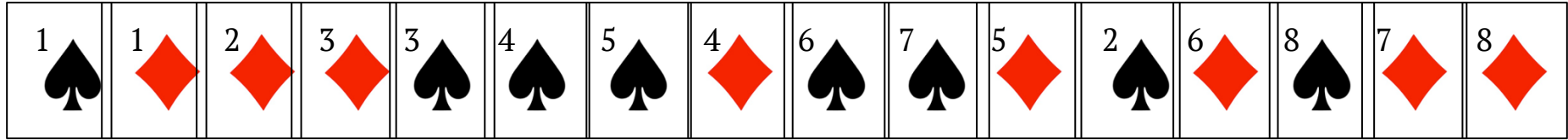
Recordar: aparecen 2 secuencias crecientes (Picas/Diamantes),
y la coloca entre el 5 y 6 de  :



Tom elige



















¿Qué pasó?



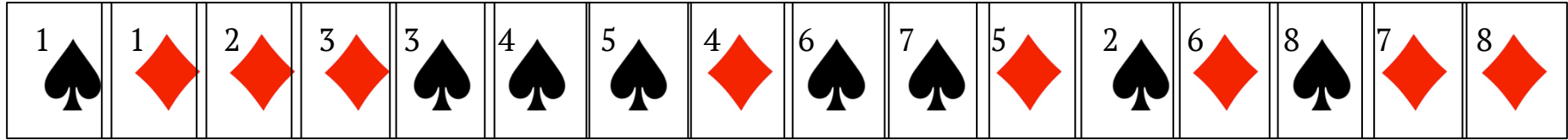
Ahora: 3 secuencias crecientes

¿Qué pasó?

1	1	2	3	3	4	5	4	6	7	5	2	6	8	7	8
															

Ahora: 3 secuencias crecientes

















¿Qué pasó?



Ahora: 3 secuencias crecientes



¿Qué pasó?

1	1	2	3	3	4	5	4	6	7	5	2	6	8	7	8
															

Ahora: 3 secuencias crecientes



Variantes:

- mezclar-elegir-mezclar
- mezclar-mezclar-elegir-mezclar-color

Proba de éxito \geq 99%

Proba de éxito \geq 92%

Otros métodos

Mezcla en mano



Repetir 10.000 veces
para tener un mazo
aleatorio!!!

Otros métodos

Mezcla en mano



Repetir 10.000 veces
para tener un mazo
aleatorio!!!



Mezcla *smoosh*

Hacerlo 1 min es suficiente!

Menos de 30s: te están engañando

¡Gracias!